Министерство образования и науки Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт (госу-
дарственный университет)»**

ПРОГРАММА

**ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
01.02.01 – «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»**

Программа разработана кафедрой «Теоретической механики»

Зав. кафедрой теоретической механики

_____ д.ф.-м.н. проф. А.П. Иванов
“ _____ ” _____ 2016 г.

Москва 2016 г.

1. Кинематика

Кинематика точки в натуральных и криволинейных координатах. Плоско-параллельное движение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений его точек. Мгновенные центры скоростей. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Сложение угловых скоростей. Кинематические уравнения Эйлера. Кинематика относительного движения, сложение скоростей и ускорений.

2. Динамика

Понятие силы. Приведение произвольной системы векторов к винту. Теоремы об изменении количества движения, момента количества движения и энергии системы материальных точек. Первые интегралы. Теорема Кенига. Теорема о вириале. Общее уравнение динамики. Задача двух тел. Движение точки в центральном поле сил. Формулы Бине. Движение планет и спутников. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Геометрия масс. Динамические уравнения Эйлера. Решение в случае Эйлера, геометрическая интерпретация. Приближенная теория гироскопов. Физический маятник.

3. Аналитическая механика

Обобщенные координаты. Классификация связей и механических систем. Возможные и виртуальные перемещения, идеальные связи. Уравнения Лагранжа. Первые интегралы лагранжевых систем. Принцип наименьшего действия Гамильтона. Голономные и неголономные связи. Уравнения Аппеля и Чаплыгина для неголономных систем. Преобразование Лежандра. Функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона. Канонические преобразования. Производящие функции канонических преобразований. Скобки Пуассона. Интегральные инварианты Пуанкаре. Переменные действие-угол. Инвариантные торы. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема. Теорема Нётер. Уравнение Гамильтона-Якоби.

4. Колебания механических систем

Малые колебания механических систем в окрестности равновесия. Амплитудно-частотная характеристика колебательной системы с одной степенью свободы. Резонанс. Автоколебания, предельные циклы, сепаратрисы. Вынужденные колебания. Нахождение периодических движений методом малого параметра Пуанкаре. Поведение собственных частот линейных систем при изменении жесткости или массы.

5. Устойчивость механических систем

Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия консервативной механической системы. Устойчивость по Ляпунову. Общие теоремы устойчивости линейных систем. Функция Ляпунова. Теорема Четаева о неустойчивости. Теоремы Ляпунова об устойчивости и неустойчивости положения равновесия нелинейных систем. Теорема об асимптотической устойчивости А.Е.Барбашина и Н.Н.Красовского.

6. Вариационное исчисление

Формулировка вариационной задачи с фиксированными и подвижными концами. Формула первой вариации, уравнение Эйлера, условия трансверсальности. Каноническая форма уравнений Эйлера. Вторая вариация, условие Лежандра. Сопряженная точка, условие Якоби. Уравнение Эйлера-Лагранжа для вариационной задачи с частными производными.

7. Теория управления

Постановка основных задач оптимального управления. Программные управления, задача синтеза. Формула для вариации функционала. Принцип максимума Понтрягина, условия трансверсальности. Достаточность принципа максимума для линейных систем. Связь задач оптимального управления с вариационным исчислением. Динамическое программирование. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума. Вычислительные методы оптимального управления.

8. Дифференциальные уравнения

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, теорема существования и единственности решения и его дифференцируемости по параметру. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристический многочлен. Уравнения с частными производными первого порядка. Метод характеристик. Задача Коши. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами. Постановка краевых задач. Уравнение гиперболического типа. Уравнение поперечных колебаний струны. Метод Фурье разделения переменных. Уравнение параболического типа. Уравнение теплопроводности. Уравнение эллиптического типа.

Литература

1. Беллман Р. Системы управления с адаптацией. М.: Физматгиз, 1965.
2. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005.
3. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1961.
4. Демидович Б.П. Лекции по теории устойчивости. Москва, Наука, 1967.
5. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2008.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Иж.: НИЦ "РХД", 2007.
7. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1969.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
9. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
10. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973.
11. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1969.